ข้อสอบแข่งขันคอมพิวเตอร์โอลิมปิกระดับชาติ ครั้งที่ 19
ณ มหาวิทยาลัยนเรศวร
ข้อสอบข้อที่ 1 จากทั้งหมด 3 ข้อ
วันอังคารที่ 23 พฤษภาคม 2566 เวลา 08.30 - 12.30 น.

	ผสาน (Merge)

จังหวัดพิษณุโลกหรือเมืองพิษณุโลกแต่เดิมมีชื่อเรียกว่า “เมืองสองแคว” เนื่องจากเมืองนี้ตั้งอยู่ระหว่างแม่น้ำน่านและแม่น้ำแควน้อย ทั้งนี้จังหวัดพิษณุโลกเป็นจังหวัดใหญ่สามารถเดินทางไปสถานที่ท่องเที่ยวที่ขึ้นชื่อได้ง่ายดาย เช่น อุทยานแห่งชาติภูหินร่องกล้า อุทยานแห่งชาติทุ่งแสลงหลวง น้ำตกหมันแดง น้ำตกแก่งซอง จากที่มีการเปิดประเทศหลังผ่านพ้นวิกฤตโควิดทำให้ทาง*ศาสตราจารย์ต๋อย* (Prof. TOI) แห่ง สอวน.มน. ได้รับภารกิจในการวางแผนโปรโมทการท่องเที่ยวของจังหวัด เพื่อให้การดำเนินการวิจัยเป็นไปตามหลักวิชาการ *ศาสตราจารย์ต๋อย*ได้มอบหมายให้ผู้ช่วยวิจัย*นายเอกซ์*และ*นายวาย*ผู้เชี่ยวชาญด้านระบบดิจิทัล จัดทำรายงานสำรวจจำนวนตำแหน่งสถานีชาร์จสำหรับรถไฟฟ้าและจำนวนแท่นชาร์จประจำแต่ละสถานีสำหรับการไปสถานที่ท่องเที่ยว เพื่อให้นักท่องเที่ยวที่ใช้รถไฟฟ้าสามารถวางแผนการจัดสรรพลังงานให้กับรถของตนเองได้อย่างง่ายดาย *ศาสตราจารย์ต๋อย*ได้มอบหมายให้ทั้ง*นายเอกซ์*ทำการสำรวจแท่นชาร์จชนิด AC (alternating current) และ *นายวาย*ทำการสำรวจแท่นชาร์จชนิด DC (direct current) แล้วจะได้นำผลงานของทั้งสองมาใช้ในการทำภารกิจต่อ ทั้งนี้เมื่อมอบหมายให้*นายเอกซ์*ทำการวัดระยะทางไปยังสถานที่ท่องเที่ยวต่าง ๆ *นายเอกซ์*ต้องเริ่มนับระยะจากขอบซ้ายมือสุดของจังหวัดพิษณุโลกไปทางตะวันออก (หากระยะทางติดลบแสดงว่าอยู่พิกัดที่วัดเป็นทางตะวันตกของเมืองพิษณุโลก)

ในรายงานของ*นายเอกซ์*ประกอบด้วยจำนวนจุดชาร์จชนิด AC จำนวน N สถานี โดยมีระยะทางไปยังแต่ละสถานี $x_1, x_2, \ldots, x_N$ หน่วย รวมถึงจำนวนแท่นชาร์จประจำแต่ละสถานี $s_1, s_2, \ldots, s_N$ แท่น และสำหรับ*นายวาย*ก็ใช้วิธีวัดระยะทางแบบเดียวกัน โดยในรายงานของ*นายวาย*จะต้องประกอบด้วยจำนวนจุดชาร์จชนิด DC จำนวน M สถานี โดยมีระยะทางไปยังแต่ละสถานี $y_1, y_2, \ldots, y_M$ หน่วย จำนวนแท่นชาร์จประจำแต่ละสถานี $t_1, t_2, \ldots, t_M$ แท่น จากนั้น*ศาสตราจารย์ต๋อย*จะได้นำข้อมูลของทั้งสองคนมาคำนวณเพื่อดำเนินการออกแบบแผนโปรโมทการท่องเที่ยวต่อไป แต่!!! เกิดปัญหาขึ้นอย่างกระทันหัน*ศาสตราจารย์ต๋อย*ได้รับแจ้งว่า*นายวาย*เข้าใจผิดในเรื่องการจัดทำรายงานสำรวจ โดยได้ทำการเก็บข้อมูลและบันทึกข้อมูลระยะทางผิดพลาด *ศาสตราจารย์ต๋อย*จำเป็นต้องรีบแก้ไขงานและส่งโดยด่วน เพราะไม่อย่างนั้นจะไปพิธีเปิดงานการแข่งขันคอมพิวเตอร์โอลิมปิกไม่ทัน *ศาสตราจารย์ต๋อย*พบว่าความผิดพลาดมีลักษณะเป็นแบบเชิงเส้น (linear) ดังนั้นการแก้ไขสามารถดำเนินการโดยนำค่าระยะทาง $y_1, y_2, \ldots, y_M$ มาคำนวณใหม่เป็น

$$\bar{y}_j = \alpha y_j + \beta \text{ เมื่อ } j = 1, \ldots, M$$

และด้วยเวลาที่กระชั้นชิดจึงต้องนำข้อมูลจาก*นายเอ็กซ์*และ*นายวาย*มาทำการ**ผสาน** (merge) เพื่อสร้าง **กราฟต่อย** (TOI graph) ซึ่งจะได้นำมาใช้วางแผนงาน โดยให้*แกนนอน*เป็นค่าของ x_i เมื่อ $i = 1, \dots, N$, หรือ $\bar{y}_j$ เมื่อ $j = 1, \dots, M$, **เรียงจากน้อยไปมาก**และ*แกนตั้ง*เป็นจำนวนแท่นชาร์จ s_i เมื่อ $i = 1, \dots, N$, หรือ t_j เมื่อ $j = 1, \dots, M$, แต่หากว่า $x_i = \bar{y}_j$ สำหรับบาง i, j *แกนตั้ง*จะเป็นจำนวนแท่นชาร์จ $s_i + t_j$ จากนั้น*ศาสตราจารย์ต่อย*ต้องนำข้อมูลตำแหน่งและจำนวนแท่นชาร์จที่**ผสาน**ได้มาจัดทำเป็นข้อมูลตำแหน่งใหม่ โดยมีระยะทาง z_k เมื่อ $k = 1, \dots, P$ โดย $z_1 < z_2 < \cdots < z_P$ และจำนวนแท่นชาร์จ $u_1, u_2, \dots, u_P$ แท่น ตามลำดับ และมาทำการวิเคราะห์โดยการสร้างข้อมูลใหม่ที่เรียกว่า slot ดังนั้นจะมี slot จำนวน $u_1 + u_2 + \cdots + u_P$ โดย

- slot ที่ $1, \dots, u_1$ มีค่า z_1
- slot ที่ $(u_1 + 1), \dots, (u_1 + u_2)$ มีค่า z_2

  ...
- slot ที่ $(u_1 + \cdots + u_{P-1} + 1), \dots, (u_1 + \cdots + u_{P-1} + u_P)$ มีค่า z_P

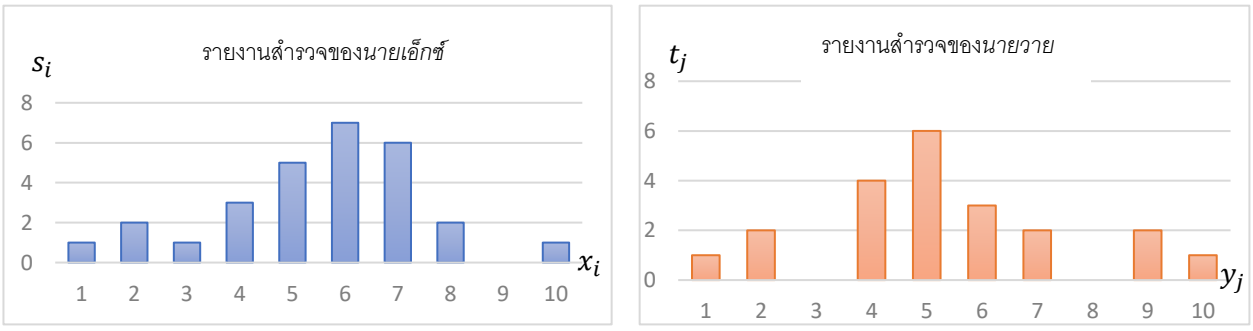
ตัวอย่าง

รายงานของ*นายเอ็กซ์*มีบันทึกระยะทางไปยังแต่ละสถานีจำนวน $N = 9$ และจำนวนแท่นชาร์จชนิด AC ประจำสถานีดังนี้

สถานีที่ i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	10
s_i	1	2	1	3	5	7	6	2	1

รายงานของ*นายวาย*มีบันทึกระยะทางไปยังแต่ละสถานีจำนวน $M = 8$ และจำนวนแท่นชาร์จชนิด DC ประจำสถานีดังนี้

สถานีที่ j	1	2	3	4	5	6	7	8
y_j	1	2	4	5	6	7	9	10
t_j	1	2	4	6	3	2	2	1



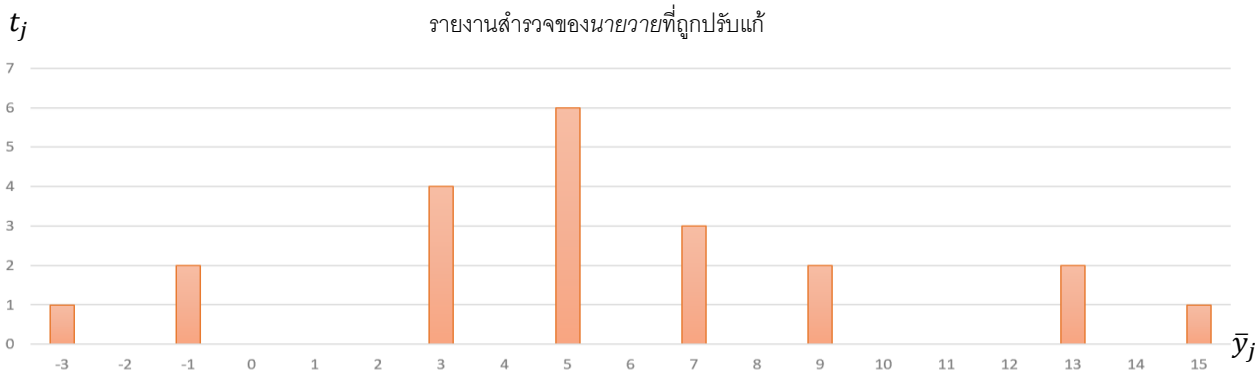
(a) (b)

รูปที่ 1 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางและจำนวนแท่นชาร์จประจำสถานีจาก (a) รายงานของ*นายเอ็กซ์* และ (b) รายงานของ*นายวาย*

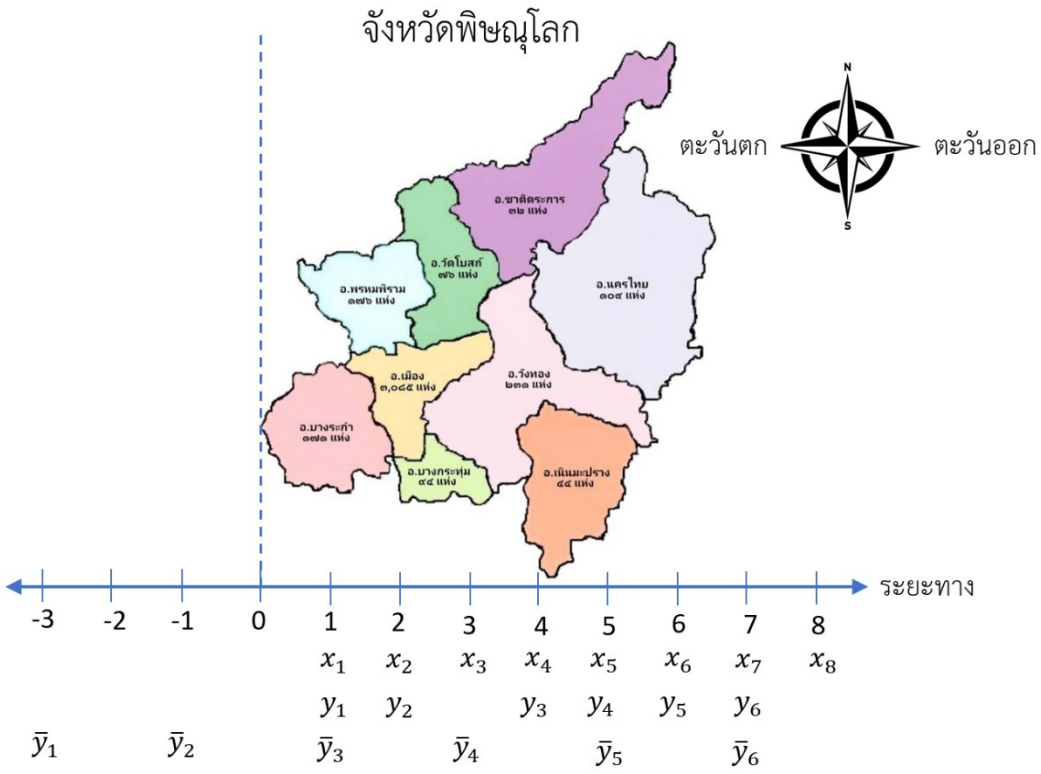
*ศาสตราจารย์ต๋อย*แก้ไขงานโดยทราบว่า $\alpha = 2$ และ $\beta = -5$ ทำให้ได้ว่า

รายงานของ*นายวาย*ที่มีการแก้ไข $\bar{y}_j = 2y_j - 5$

สถานีที่ j	1	2	3	4	5	6	7	8
$\bar{y}_j$	-3	-1	3	5	7	9	13	15
t_j	1	2	4	6	3	2	2	1



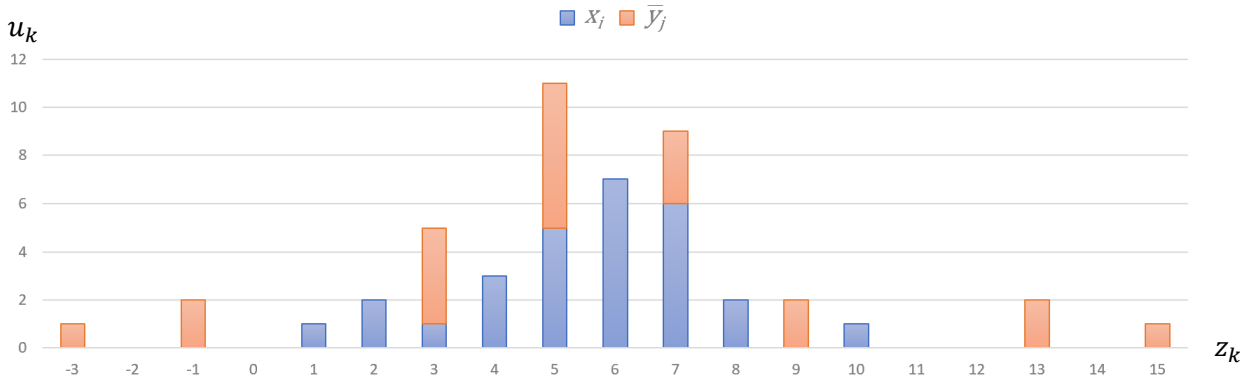
รูปที่ 2 แสดงกราฟที่ปรับแก้ข้อมูลจากรายงานใหม่



รูปที่ 3 แสดงตัวอย่างการวัดระยะทาง

จากรายงานของ*นายเอ็กซ์*และรายงานที่ได้รับการแก้ไขของ*นายวาย*ทำให้ข้อมูล**ผสาน**และ**กราฟต๋อย**ได้ดังนี้

สถานีที่ k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	$P = 14$
z_k	-3	-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	13	15
u_k	1	2	1	2	5	3	11	7	9	2	2	1	2	1



รูปที่ 4 แสดง**กราฟต๋อย**ที่*ศาสตราจารย์ต๋อย*สร้างขึ้น

เมื่อนำข้อมูลจาก**กราฟต๋อย**มาทำ **slot** ทำให้ได้ข้อมูลดังต่อไปนี้

slot ที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	46	47	48	49
ข้อมูล	-3	-1	-1	1	2	2	3	3	3	...	10	13	13	15

จากตัวอย่างข้างต้น ข้อมูลลำดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ -3 ข้อมูลลำดับที่ 2 และ 3 มีค่าเท่ากับ -1 ... ข้อมูลลำดับที่ 48 มีค่าเท่ากับ 13 และข้อมูลลำดับที่ 49 มีค่าเท่ากับ 15

งานของคุณ (Your Task)

จงเขียนโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพเพื่อหาว่า **slot** ลำดับที่ k มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อมูลนำเข้า (Input)

มีจำนวน $Q+5$ บรรทัด

บรรทัดที่ 1	ประกอบด้วยจำนวนเต็ม 3 จำนวน คั่นแต่ละจำนวนด้วยช่องว่างหนึ่งช่อง ได้แก่ จำนวนแรก คือ N แทนจำนวนจุดชาร์จชนิด AC สถานีที่*นายเอ็กซ์*บันทึกไว้ จำนวนที่สอง คือ M แทนจำนวนจุดชาร์จชนิด DC สถานีที่*นายวาย*บันทึกไว้ จำนวนที่สาม คือ Q แทนจำนวนคำถามเพื่อหาว่า **slot** ลำดับที่ k มีค่าเท่ากับเท่าใด กำหนดให้ $1 \leq N, M \leq 100{,}000$ และ $0 \leq Q \leq 50{,}000$
บรรทัดที่ 2	จำนวนเต็ม N จำนวน คั่นแต่ละจำนวนด้วยช่องว่างหนึ่งช่อง แทนระยะทางไปยังแต่ละสถานี โดยมีระยะ $x_1, x_2, \ldots, x_N$ หน่วย ตามที่*นายเอ็กซ์*บันทึกไว้ และ $1 \leq x_1 < x_2 < \ldots < x_N \leq 1{,}000{,}000$
บรรทัดที่ 3	จำนวนเต็ม N จำนวน คั่นแต่ละจำนวนด้วยช่องว่างหนึ่งช่อง แทนจำนวนแท่นชาร์จประเภท AC ประจำแต่ละสถานีเป็นจำนวน $s_1, s_2, \ldots, s_N$ แท่น ตามที่*นายเอ็กซ์*บันทึกไว้ และ $1 \leq s_i \leq 100$ เมื่อ $i = 1, \ldots, N$
บรรทัดที่ 4	จำนวนเต็ม M จำนวน คั่นแต่ละจำนวนด้วยช่องว่างหนึ่งช่อง แทนระยะทางไปยังแต่ละสถานี โดยมีระยะ $y_1, y_2, \ldots, y_M$ หน่วย ตามที่*นายวาย*บันทึกไว้ และ $1 \leq y_1 < y_2 < \ldots < y_m \leq 1{,}000{,}000$
บรรทัดที่ 5	จำนวนเต็ม M จำนวน คั่นแต่ละจำนวนด้วยช่องว่างหนึ่งช่อง แทนจำนวนแท่นชาร์จประเภท DC ประจำแต่ละสถานีเป็นจำนวน $t_1, t_2, \ldots, t_M$ แท่น ตามที่*นายวาย*บันทึกไว้ และ $1 \leq t_j \leq 100$ เมื่อ $j = 1, \ldots, M$
บรรทัดที่ $l+5$ ถึงบรรทัดที่ $Q+5$ โดยที่ $l = 1, \ldots, Q$	ประกอบด้วยจำนวนเต็ม 3 จำนวน คั่นแต่ละจำนวนด้วยช่องว่างหนึ่งช่อง ได้แก่ จำนวนแรก คือ α_l โดย $1 \leq \alpha_l \leq 100$ จำนวนที่สอง คือ β_l โดย $-10^6 \leq \beta_l \leq 10^6$ สำหรับการหา $\bar{y}_j = \alpha_l y_j + \beta_l$ และ จำนวนที่สาม คือ k_l เป็นตำแหน่งของ **slot** ลำดับที่ k_l โดย $1 \leq k_l \leq \sum_i s_i + \sum_j t_j$

ข้อมูลส่งออก (Output)

มี Q บรรทัด

บรรทัดที่ l	แต่ละบรรทัดมีจำนวนเต็ม 1 จำนวนแสดงข้อมูลลำดับที่ k_l ของ slot เมื่อ $l = 1, \ldots, Q$

ตัวอย่าง

ตัวอย่างที	ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
1	9 8 8 1 2 3 4 5 6 7 8 10 1 2 1 3 5 7 6 2 1 1 2 4 5 6 7 9 10 1 2 4 6 3 2 2 1 1 0 1 1 0 2 1 0 3 1 0 8 2 -5 1 2 -5 2 2 -5 3 2 -5 8	1 1 2 4 -3 -1 -1 3
2	5 2 6 1 2 3 4 5 1 1 1 1 1 1 5 1 1 1 0 1 1 0 3 1 1 1 1 1 3 1 -2 1 1 -2 3	1 2 1 2 -1 2
3	5 2 6 1 2 3 4 5 1 1 1 1 1 1 5 1 1 1 -5 1 1 -5 2 1 -5 3 3 -10 3 3 10 3 3 20 3	-4 0 1 2 3 3

ข้อกำหนด

หัวข้อ	เงื่อนไข
ข้อมูลนำเข้า	Standard Input (คีย์บอร์ด)
ข้อมูลส่งออก	Standard Output (จอภาพ)
ระยะเวลาสูงสุดที่ใช้ในการประมวลผล	1 วินาที
หน่วยความจำสูงสุดที่ใช้ในการประมวลผล	32 MB
คะแนนสูงสุดของโจทย์	100 คะแนน
เงื่อนไขการรันโปรแกรม	โปรแกรมจะต้องคอมไพล์ผ่าน

ข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับชุดทดสอบ

ข้อมูลแนะนำที่เกี่ยวข้องกับชุดทดสอบ มีดังนี้

กลุ่มชุดทดสอบที่	คะแนนสูงสุดของกลุ่มชุดทดสอบนี้	เงื่อนไข
1	8	$1 \leq N, M, Q \leq 100$
2	13	$x_i = i, \forall i$ และ $y_j = j, \forall j$ และ $N, M < 5000$ และ $Q < 10000$
3	17	$\alpha = 1$ และ $\beta = 0$
4	22	$N = 1$ และ $s_1 = 1$
5	40	ไม่มีเงื่อนไข

คำแนะนำในการเขียนโปรแกรม

หากผู้เข้าแข่งขันใช้คำสั่ง cin/cout แนะนำให้เพิ่มคำสั่ง 2 บรรทัด ดังนี้

```
std::ios_base::sync_with_stdio(false);
std::cin.tie(NULL);
```