

ข้อสอบแข่งขันคอมพิวเตอร์โอลิมปิกระดับชาติ ครั้งที่ 19

ณ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ข้อสอบข้อที่ 2 จากทั้งหมด 3 ข้อ

วันอังคารที่ 23 พฤษภาคม 2566 เวลา 08.30 - 12.30 น.



นักสำรวจ (Explorer)

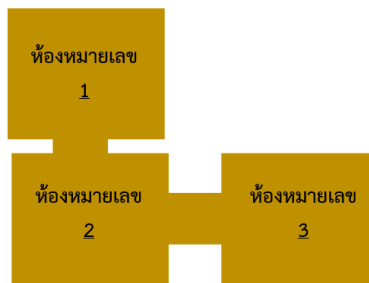
จากที่ศาสตราจารย์ต๋อยได้ดำเนินแผนการขั้นต้นสำหรับการโปรโมทการท่องเที่ยวแล้ว เพื่อให้การทำงานเป็นไปอย่างสมบูรณ์จึงได้ส่งผู้ช่วยวิจัยนายเคเข้าไปทำการสำรวจแหล่งท่องเที่ยวต่าง ๆ อย่างจริงจัง แต่!!! เกิดปัญหาขึ้นอีกครั้ง ระหว่างที่นายเคเดินทางเพื่อสำรวจแหล่งท่องเที่ยวใหม่ ๆ นายเคไปติดอยู่ในเขาวงกต ทั้งนี้โชคดีที่นายเคมีมรดกที่เป็นลายแทงข้อมูลของเขาวงกตดังกล่าว โดยมรดกนั้นได้ตกทอดกันมาจากรุ่นสู่รุ่นถึง 19 รุ่น ทำให้ทราบว่าเขาวงกตแห่งนี้ประกอบด้วยห้องย่อยทั้งหมด N ห้อง แต่ละห้องมีหมายเลขกำกับอยู่ตั้งแต่หมายเลข 1 ถึง N โดยไม่ซ้ำกัน มีทางเชื่อมระหว่างห้องต่าง ๆ อยู่ทั้งหมด $N - 1$ ทางเชื่อมเพื่อให้เดินทางข้ามไปมาระหว่างห้องได้ และเป็นทางเชื่อมที่ทำให้สามารถเดินทางจากห้องใดห้องหนึ่งไปยังห้องอื่น ๆ ได้เสมอ

เนื่องจากมรดกที่ได้เป็นข้อมูลเก่าและบันทึกโดยใช้รูปแบบโบราณ เพื่อป้องกันความผิดพลาดนายเคจึงได้ทำการสำรวจเขาวงกตนี้ใหม่อีกครั้งเพื่อจะปรับปรุงข้อมูลให้เป็นปัจจุบัน ทั้งนี้หากทางเข้าของเขาวงกตอยู่ที่ห้องหมายเลข x นายเคจะใช้ขั้นตอนวิธีสำรวจที่เรียนรู้มาตั้งแต่ค่าย 1 ถึง ค่าย 2 ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1. นายเคจะมี “รายการผลการสำรวจ” อยู่ตอนเริ่มต้น รายการนี้จะเป็นรายการว่าง และเมื่อนายเคเข้าไปในห้องของเขาวงกตใด ๆ ก็ตาม นายเคจะบันทึกตัวเลขของห้องนั้น “ต่อท้าย” ลงไปในรายการดังกล่าว โดยจะมีการบันทึกก็ต่อเมื่อห้องดังกล่าวไม่เคยอยู่ในรายการนั้นมาก่อน นายเคเริ่มต้นการสำรวจโดยเดินเข้าไปในห้องหมายเลข x และทำการจดหมายเลข x ลงใน “รายการ”
2. เมื่อนายเคอยู่ในห้องใด ๆ ก็ตาม นายเคจะเลือกทางเชื่อมที่จะเดินออกจากห้องนั้น ตามวิธีการดังนี้
 - 2.1. หากมีทางเชื่อมที่เชื่อมไปยังห้องที่ไม่เคยไป นายเคจะเลือกทางเชื่อมดังกล่าวแล้วเดินเข้าไปในห้องที่ไม่เคยไปนั้น (พร้อม ๆ กับบันทึกหมายเลขห้องที่ไม่เคยไปนั้นตามหลักการในข้อ 1 ด้วย) และหากมีหลายทางเชื่อมที่เชื่อมไปยังห้องที่ไม่เคยไป นายเคสามารถเลือกทางเชื่อมใดก็ได้

- 2.2. แต่ถ้าหากทุกทางเชื่อมในห้องนั้นเชื่อมกับห้องที่นายเคเคยไปมาแล้วทั้งหมด นายเคจะดูว่าห้องปัจจุบันคือห้องหมายเลข x หรือไม่ ถ้าไม่ใช่ นายเคจะเลือกเดินเข้าทางเชื่อมที่เชื่อมไปยังห้องที่ปรากฏใน “รายการ” ของนายเคที่อยู่ใกล้**ด้านบนสุด**ของ “รายการ” มากที่สุด แล้วเข้าไปในห้องดังกล่าว แต่ถ้าหากห้องปัจจุบันคือห้องหมายเลข x นายเคจะทราบว่าเขาสำรวจครบทุกห้องแล้วจึงหยุดทำการสำรวจซึ่งทำให้เขาสามารถออกจากเขาวงกตได้
3. เมื่อออกจากเขาวงกต นายเคจะส่ง “รายการ” นี้เป็นผลการสำรวจของนายเคให้กับศาสตราจารย์ต้อย

ตัวอย่างเช่น ถ้าเขาวงกตประกอบด้วยห้องสามห้อง โดยมีทางเชื่อมห้องหมายเลข 1 กับห้องหมายเลข 2 และเชื่อมห้องหมายเลข 2 กับหมายเลข 3 ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 เขาวงกตที่มีทางเชื่อมห้องหมายเลข 1 กับห้องหมายเลข 2 และทางเชื่อมห้องหมายเลข 2 กับหมายเลข 3

ในกรณีที่ทางเข้า x คือ ห้องหมายเลข 1 นายเคจะมีการเดินและบันทึกรายการ ดังนี้

เริ่มต้นเดินเข้าห้องหมายเลข 1 และ “รายการ” ของนายเค คือ [1] หรือแสดงในรูปแบบตาราง ดังนี้

1

จากห้องหมายเลข 1 มีทางเชื่อมหนึ่งทางไปยังห้องหมายเลข 2 ซึ่งเป็นห้องที่นายเคยังไม่เคยเดินเข้าไป นายเคจึงเข้าไปในห้องหมายเลข 2 และ “รายการ” ของนายเค คือ [1 2] หรือแสดงในรูปแบบตาราง ดังนี้

1
2

จากห้องหมายเลข 2 มีทางเชื่อมสองทางไปยังห้องหมายเลข 1 และ 3 ซึ่งนายเคจะเลือกห้องหมายเลข 3 เพราะเป็นห้องที่ยังไม่เคยเดินเข้าไป และ “รายการ” ของนายเค คือ [1 2 3] หรือแสดงในรูปแบบตาราง ดังนี้

1
2
3

จากห้องหมายเลข 3 มีทางเชื่อมหนึ่งทางไปยังห้องหมายเลข 2 ซึ่งนายเคเคยเข้าไปแล้ว จึงต้องไปห้องหมายเลข 2 เพราะเป็นห้องที่ปรากฏใน “รายการ” ของนายเคที่อยู่ใกล้**ด้านบนสุด**ของ “รายการ” มากที่สุด และ “รายการ” ของนายเค จะเป็นเหมือนเดิม คือ [1 2 3]

จากห้องหมายเลข 2 มีทางเชื่อมสองทางไปยังห้องหมายเลข 1 และ 3 นายเคต้องไปห้องหมายเลข 1 เพราะเป็นห้องที่ปรากฏใน “รายการ” ของนายเคที่อยู่ใกล้ด้านบนสุดของ “รายการ” มากที่สุด

ขณะนี้นายเคอยู่ในห้องหมายเลข $x = 1$ นายเคจึงหยุดทำการสำรวจพร้อมกับออกจากเขาวงกตทันที จะเห็นได้ว่ากรณีทางเข้า x เป็นห้องหมายเลข 1 จะมี “รายการ” ที่เป็นไปได้ เพียงแบบเดียวเท่านั้น คือ [1 2 3]

ให้สังเกตว่าหากคนสองคนเข้าสำรวจเขาวงกตแห่งเดียวกัน คนสองคนนั้นอาจจะได้ “รายการ” ที่ไม่เหมือนกันก็เป็นได้ ตัวอย่างเช่น ในกรณีดังรูปที่ 1 ถ้าหากทางเข้า x เป็นห้องหมายเลข 2 จะมี “รายการ” ที่เป็นไปได้อยู่ 2 แบบ คือ [2 1 3] และ [2 3 1]

อย่างไรก็ตามเราไม่ทราบถึงโครงสร้างของเขาวงกตนี้ เรามีเพียง “รายการ” ผลการสำรวจของนักสำรวจในอดีตกาลที่เคยสำรวจเขาวงกตนี้ไว้แล้วตกทอดกันมาและนักสำรวจในอดีตก็ใช้วิธีการบันทึกที่แตกต่างจากปัจจุบัน สำหรับรูปแบบการบันทึกจะแตกต่างกันในขั้นตอนที่ 1 โดย เมื่อนักสำรวจในอดีตเดินเข้าไปในห้องใดก็ตาม นักสำรวจจะบันทึกหมายเลขของห้องนั้นต่อท้ายรายการเสมอ ไม่ว่าจะเคยหรือยังไม่เคยไปห้องนั้นมาก่อน โดยที่ยังคงเป็นการสำรวจเฉพาะห้องที่ยังไม่เคยไปเท่านั้น (ทั้งนี้สำหรับวิธีการสำรวจในขั้นตอน 2 และ 3 ทั้งนักสำรวจในอดีตและปัจจุบันใช้วิธีการบันทึกแบบเดียวกัน) ตัวอย่างเช่น หากสำรวจเขาวงกตข้างต้นที่ได้แสดงดังรูปที่ 1 โดยมีทางเข้า x เป็นห้องหมายเลข 2 นักสำรวจในอดีตกาลอาจจะบันทึกไว้เป็น [2 1 2 3 2] หรือ [2 3 2 1 2] ก็เป็นไปได้

งานของคุณ (Your Task)

จงเขียนโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพเพื่อหาจำนวนรูปแบบของรายการผลการสำรวจที่เป็นไปได้ทั้งหมดตามขั้นตอนวิธีสำรวจของนายเค (วิธีปัจจุบัน) โดยให้ตอบเป็นเศษของการหารจำนวนดังกล่าวด้วย 1,000,000,007

ข้อมูลนำเข้า (Input)

มีจำนวน 2 บรรทัด ดังนี้

บรรทัดที่ 1	จำนวนเต็มหนึ่งตัวคือ N แทนจำนวนห้องย่อย โดยที่ $1 \leq N \leq 500,000$
บรรทัดที่ 2	จำนวนเต็ม $2N - 1$ ตัว แต่ละจำนวนคั่นด้วยช่องว่าง ซึ่งคือรายการผลการสำรวจของนักสำรวจในอดีต ให้สังเกตว่าตัวเลขตัวแรกในรายการคือหมายเลขของห้องที่เป็นทางเข้า ซึ่งจะตรงกับตัวเลขสุดท้ายในรายการด้วยเช่นกัน

ข้อมูลส่งออก (Output)

มีจำนวน 1 บรรทัด

บรรทัดที่ 1	ตัวเลขจำนวน 1 ตัว คือ จำนวนรูปแบบของรายการผลการสำรวจที่เป็นไปได้ทั้งหมดตามขั้นตอนวิธีสำรวจของนายเค (วิธีปัจจุบัน) โดยให้ตอบเป็นเศษของการหารจำนวนดังกล่าวด้วย 1,000,000,007
-------------	--

ตัวอย่างที่ 1

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก	หมายเหตุ
4 1 2 1 3 1 4 1	6	ข้อมูลส่งออกมี 6 รูปแบบ ได้แก่ 1 2 3 4 1 2 4 3 1 3 2 4 1 3 4 2 1 4 2 3 1 4 3 2

ตัวอย่างที่ 2

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก	หมายเหตุ
5 1 2 4 2 5 2 1 3 1	4	ข้อมูลส่งออกมี 4 รูปแบบ ได้แก่ 1 2 4 5 3 1 2 5 4 3 1 3 2 4 5 1 3 2 5 4

ข้อกำหนด

หัวข้อ	เงื่อนไข
ข้อมูลนำเข้า	Standard Input (คีย์บอร์ด)
ข้อมูลส่งออก	Standard Output (จอภาพ)
ระยะเวลาสูงสุดที่ใช้ในการประมวลผล	1 วินาที
หน่วยความจำสูงสุดที่ใช้ในการประมวลผล	1024 MB
คะแนนสูงสุดของโจทย์	100 คะแนน
เงื่อนไขการรันโปรแกรม	โปรแกรมจะต้องคอมไพล์ผ่าน

ข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับชุดทดสอบ

ข้อมูลแนะนำที่เกี่ยวข้องกับชุดทดสอบ มีดังนี้

นิยาม “ระยะห่างจากห้องทางเข้า x ” คือ จำนวนทางเชื่อมที่น้อยที่สุดที่เราต้องเดินผ่านจากห้องทางเข้า x ไปยังห้องนั้น ตัวอย่างเช่น ห้องทางเข้า (ห้องหมายเลข x) จะมีระยะห่างจากห้องทางเข้า x เป็น 0 ส่วนห้องที่มีทางเชื่อมต่อกับห้องหมายเลข x จะมีระยะห่างจากห้องทางเข้า x เป็น 1 เป็นต้น

กลุ่มชุดทดสอบที่	คะแนนสูงสุดของกลุ่มชุดทดสอบนี้	เงื่อนไข
1	3	ทุก ๆ ห้องในเขาวงกตมีระยะห่างจากห้องทางเข้า x ไม่เกิน 1 และ $N \leq 100$
2	11	$N = 4$ และ $x = 1$
3	10	เขาวงกตมีลักษณะดังนี้ <ul style="list-style-type: none">- ห้องหมายเลข x มีทางเชื่อม d ทางเชื่อม- ห้องอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ห้องหมายเลข x จะมีทางเชื่อม $d + 1$ ทางเชื่อมหรือ 1 ทางเชื่อมเท่านั้น- ห้องทุกห้องที่มีทางเชื่อม 1 ทางเชื่อม มีระยะห่างจากห้องทางเข้า x เท่ากันหมด
4	9	ทุก ๆ ห้องในเขาวงกตมีระยะห่างจากห้องทางเข้า x ไม่เกิน 2 และ $N \leq 100$
5	11	ทุก ๆ ห้องในเขาวงกตมีทางเชื่อมไม่เกิน 3 ทางเชื่อม และ $N \leq 1000$
6	16	ทุก ๆ ห้องในเขาวงกตมีทางเชื่อมไม่เกิน 3 ทางเชื่อม
7	40	ไม่มีข้อจำกัดอื่นใด

คำแนะนำในการเขียนโปรแกรม

หากผู้เข้าแข่งขันใช้คำสั่ง cin/cout แนะนำให้เพิ่มคำสั่ง 2 บรรทัด ดังนี้

```
std::ios_base::sync_with_stdio(false);
```

```
std::cin.tie(NULL);
```